

EEIGM
1^{ère} Année

Discipline Mécanique

Résistance des Matériaux

TD 1 :
Exercices d'application sur la notion de torseur

Zoubir AYADI

Exercice 1

Soit $(O; \underline{i}, \underline{j}, \underline{k})$ un repère orthonormé direct. On note (x, y, z) les coordonnées du point P et on considère le champ de vecteurs $\underline{H}(P)$ suivant :

$$\underline{H}(P) = \begin{pmatrix} -\omega[(y - y_0)\cos\theta + z\sin\theta] \\ \omega(x - x_0)\cos\theta \\ \omega(x - x_0)\sin\theta + \frac{v}{\cos\theta} \end{pmatrix} \quad \text{où } x_0, y_0, \omega, \theta \text{ et } v \text{ sont des constantes.}$$

Question 1 : Montrer que le champ de vecteurs $\underline{H}(P)$ est équiprojectif. Conclure.

Question 2 : Déterminer les coordonnées vectorielles $\underline{R}(\tau)$ et $\underline{M}(\tau, A)$ au point de réduction A de coordonnées $(x_0, y_0, 0)$

Exercice 2

Une porte blindée est articulée sur le mur au point O par l'intermédiaire de deux gonds renforcés aux points A et B. le poids P de la porte est de 2000N (voir figure 1).

Question 1 : Ecrire les torseurs de liaison aux point A, B et G, sachant que l'action exercée en B par le mur est contenue dans le plan horizontalement passant par le point B. On suppose : liaison linéaire annulaire en B et rotule en A.

Question 2 : Appliquer le principe fondamental de la statique.

Question 3 : En déduire les réactions de liaison en A et en B.

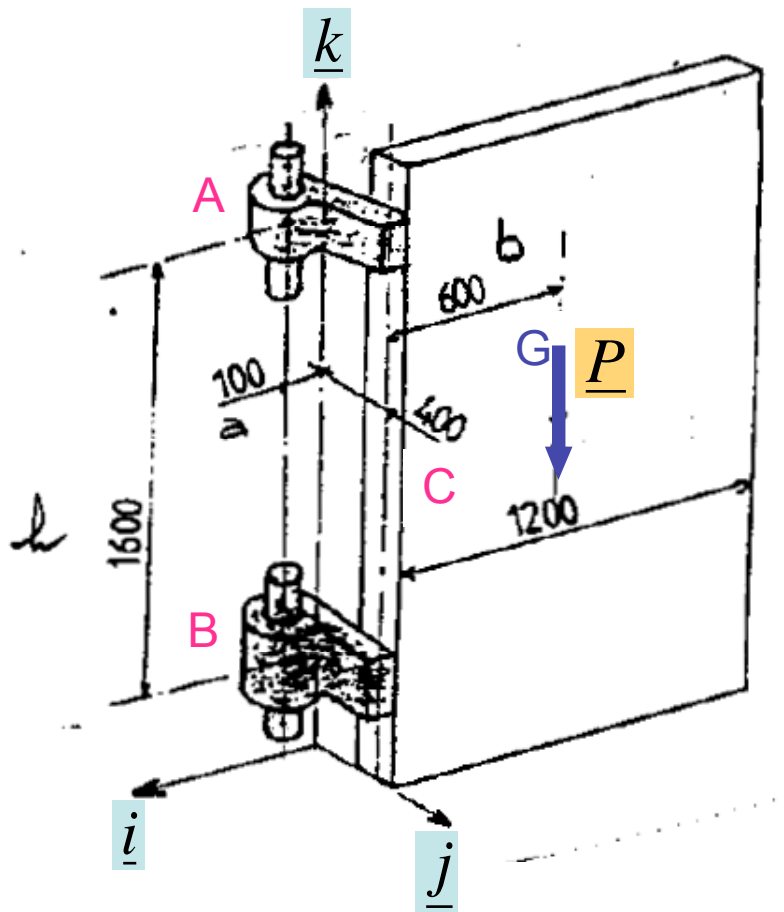


Figure 1 : schéma de la porte.

Exercice 3

Une enseigne lumineuse d'une librairie a une liaison rotule avec le mur au point A (figure 2). Elle est soutenue au point D par deux câbles BD et CD de même longueur. Le poids \underline{P} de l'enseigne est égal à 500N.

Question 1 : Ecrire les torseurs de liaison aux points A, G, D, définissant les actions sur l'enseigne.

Question 2 : Appliquer le principe fondamental de la statique.

Question 3 : En déduire la tension dans les câbles.

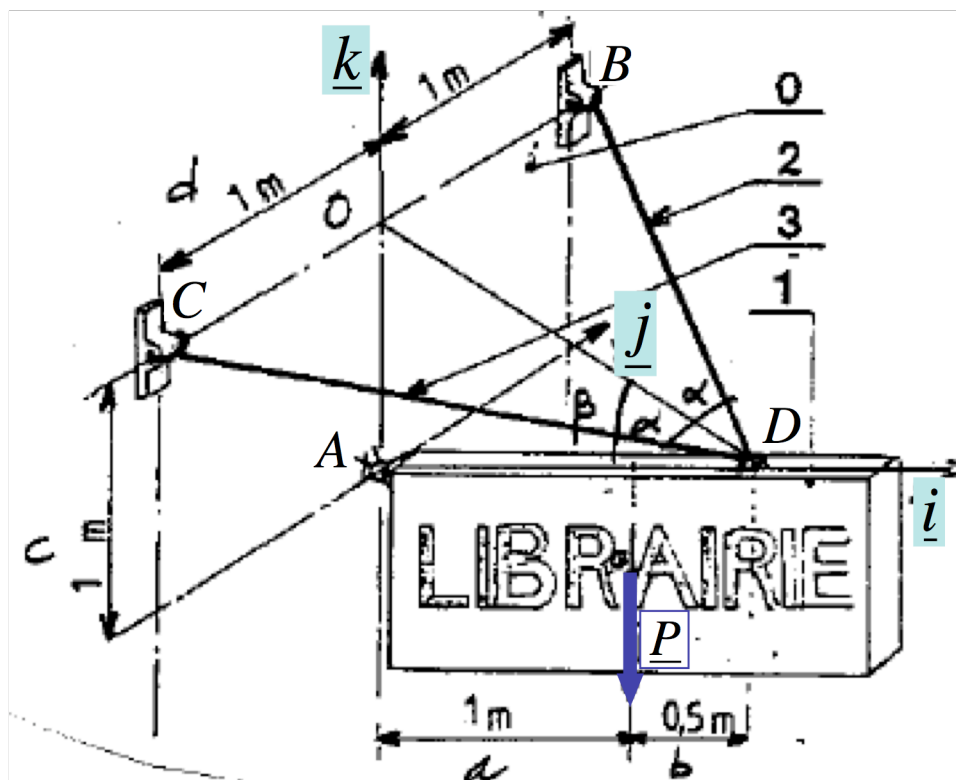
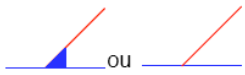

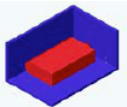
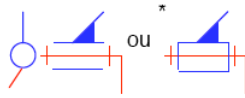

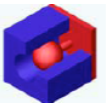
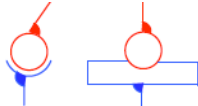

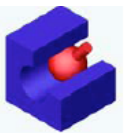


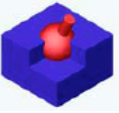

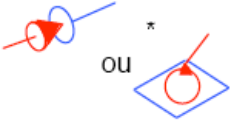
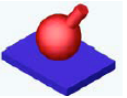


Figure 2 : Schéma de l'enseigne.

Liaisons mécaniques normalisées

| Nature de liaison | Représentation plane | Représentation spatiale | Degrés de liberté | Torseur de liaison | Zone de contact |
|--|---|---|--|--|---|
| | | | $\left\{ \begin{array}{l} \text{translations} \\ \left\{ \begin{array}{l} t_x \\ t_y \\ t_z \end{array} \right\} \\ \text{rotations} \\ \left\{ \begin{array}{l} r_x \\ r_y \\ r_z \end{array} \right\} \end{array} \right.$ | $\left\{ \begin{array}{l} \underline{R}(\tau_A) = \left\{ \begin{array}{l} R_x \\ R_y \\ R_z \end{array} \right\} \\ \underline{M}(\tau_A, A) = \left\{ \begin{array}{l} M_x \\ M_y \\ M_z \end{array} \right\} \end{array} \right.$ | |
| Encastrement |  |  | $\left\{ \begin{array}{l} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{array} \right.$ | $\left\{ \begin{array}{l} \underline{R}(\tau_A) = \left\{ \begin{array}{l} R_x \\ R_y \\ R_z \end{array} \right\} \\ \underline{M}(\tau_A, A) = \left\{ \begin{array}{l} M_x \\ M_y \\ M_z \end{array} \right\} \end{array} \right.$ |  |
| Pivot d'axe (A, \underline{x}) |  |  | $\left\{ \begin{array}{l} 0 \\ 0 \\ 0 \\ r_x \\ 0 \\ 0 \end{array} \right.$ | $\left\{ \begin{array}{l} \underline{R}(\tau_A) = \left\{ \begin{array}{l} R_x \\ R_y \\ R_z \end{array} \right\} \\ \underline{M}(\tau_A, A) = \left\{ \begin{array}{l} 0 \\ M_y \\ M_z \end{array} \right\} \end{array} \right.$ |  |
| Liaison linéaire annulaire de centre A et de direction \underline{x} |  |  | $\left\{ \begin{array}{l} t_x \\ 0 \\ 0 \\ r_x \\ r_y \\ r_z \end{array} \right.$ | $\left\{ \begin{array}{l} \underline{R}(\tau_A) = \left\{ \begin{array}{l} 0 \\ R_y \\ R_z \end{array} \right\} \\ \underline{M}(\tau_A, A) = \left\{ \begin{array}{l} 0 \\ 0 \\ 0 \end{array} \right\} \end{array} \right.$ |  |
| Liaison sphérique (rotule) de centre A |  |  | $\left\{ \begin{array}{l} 0 \\ 0 \\ 0 \\ r_x \\ r_y \\ r_z \end{array} \right.$ | $\left\{ \begin{array}{l} \underline{R}(\tau_A) = \left\{ \begin{array}{l} R_x \\ R_y \\ R_z \end{array} \right\} \\ \underline{M}(\tau_A, A) = \left\{ \begin{array}{l} 0 \\ 0 \\ 0 \end{array} \right\} \end{array} \right.$ |  |
| Liaison ponctuelle |  |  | $\left\{ \begin{array}{l} 0 \\ t_y \\ t_z \\ r_x \\ r_y \\ r_z \end{array} \right.$ | $\left\{ \begin{array}{l} \underline{R}(\tau_A) = \left\{ \begin{array}{l} R_x \\ 0 \\ 0 \end{array} \right\} \\ \underline{M}(\tau_A, A) = \left\{ \begin{array}{l} 0 \\ 0 \\ 0 \end{array} \right\} \end{array} \right.$ |  |

Remarques :

1. Un degrés de liberté égal à **zéro** est un degrés de liberté **supprimé**.
2. Un degrés de liberté de **translation supprimée** correspond à une **inconnue en force** dans le torseur de liaison.
Un degrés de liberté de **rotation supprimée** correspond à **une inconnue en moment** dans le torseur de liaison.
3. Exemple : La liaison linéaire annulaire a **quatre degrés de liberté** : **une translation** et **trois rotations**. Elle introduit donc **2** inconnues de liaison (2 forces).
Cette liaison est semblable à la liaison rotule, mais l'objet entourant la sphère mobile n'a plus la symétrie sphérique mais devient un demi-cylindre creux ce qui permet de déplacer la sphère en translation.